Solution 2:

1°/ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \sqrt{x-1} = 0$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x^2-2}{x^2+1} = 0$

On a : $\lim\limits_{1} f = f(1)$ d'où f est continue en 1

2°/

a)

- $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = +\infty$

f est dérivable à droite en 1

- $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2(x^2-1)}{(x^2+1)(x-1)}$ =

$\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2(x+1)}{x^2+1} = 2$

f n'est pas dérivable à gauche en 1 et $f'_g(1) = 2$

b) C_f admet à gauche en 1 , une demi tangente verticale d'équation $\begin{cases} y = 2(x-1) \\ x \le 1 \end{cases}$

C_f admet à droite en 1 , une demi tangente d'équation $\begin{cases} x = 1 \\ y \ge 0 \end{cases}$

Solution 3 :

1°/ Pour tout $x \in \mathbb{R}$

On a : $|x| + x^2 \ge 0$

D'où $Df = \mathbb{R}$

2°/ * $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x^2+|x|}}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x^2+x}{x\sqrt{x^2+x}}$